

## Теорема о трёх перпендикулярах

### Задачи урока

- 1] Прямая  $MA$  перпендикулярна плоскости прямоугольного треугольника  $ABC$  (где  $\angle C = 90^\circ$ ). Докажите, что треугольник  $MCB$  прямоугольный.
- 2] Прямая  $MC$  перпендикулярна плоскости ромба  $ABCD$ , где  $O$  – точка пересечения диагоналей ромба.
  - а) Докажите, что прямая  $MO$  перпендикулярна прямой  $BD$ .
  - б) Докажите, что прямая  $MA$  перпендикулярна прямой  $BD$ .
- 3] Отрезок  $AM$  перпендикулярен плоскости треугольника  $ABC$  и имеет длину 24 см. Найдите расстояние от точки  $M$  до прямой  $BC$ , если  $AB = AC = 20$  см.,  $BC = 24$  см.

### Задачи для самостоятельного решения

#### Задачи по готовым чертежам

<p><i>Дано:</i> <math>CM \perp (ABC)</math>, <math>BF</math>, <math>AE</math> – высоты <math>\triangle ABC</math>.  <i>Доказать:</i> <math>MK \perp AB</math></p>	<p><i>Дано:</i> <math>\angle A = 30^\circ</math>, <math>\angle ABC = 60^\circ</math>, <math>DB \perp (ABC)</math>.  <i>Доказать:</i> <math>CD \perp AC</math></p>
<p><i>Дано:</i> <math>\triangle ABC</math> – правильный, <math>O</math> – центр треугольника, <math>MO \perp (ABC)</math>, <math>MO = 5</math>, <math>AB = 10</math>.  <i>Найти:</i> <math>\rho(M, AB)</math></p>	<p><i>Дано:</i> <math>ABCD</math> – квадрат, <math>AB = 16</math>, <math>AE \perp (ABC)</math>, <math>AE = 12</math>.  <i>Найти:</i> <math>S_{\triangle BEC}</math></p>

#### Задачи на доказательство и вычисление

- 1] Прямая  $CH$  перпендикулярна плоскости квадрата  $ABCD$ , диагонали которого пересекаются в точке  $O$ .
  - а) Докажите, что  $HO \perp BD$ .
  - б) Найдите расстояние от точки  $H$  до прямой  $BD$ , если  $HC = 1$  см,  $CD = 4$  см.
- 2] Прямая  $AK$  перпендикулярна плоскости параллелограмма  $ABCD$ . Оказалось, что прямая  $KD$  перпендикулярна прямой  $CD$ . Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  – прямоугольник.
- 3] В треугольник  $ABC$  вписана окружность с центром  $O$ , касающаяся его сторон  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  соответственно в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$ . Прямая  $MO$  перпендикулярна плоскости треугольника  $ABC$ . Докажите, что прямая  $MC_1$  перпендикулярна  $AB$ .
- 4] Точка  $K$  – середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Отрезок  $KM$  перпендикулярен плоскости этого треугольника. Проведите через точку  $M$  перпендикуляры к прямым  $AC$  и  $BC$  и найдите их длины, если  $AC = 8$ ,  $BC = 6$ ,  $KM = 5$ .